

I. Dělitelnost a její užití v praxi

Dělitelnost sedmi

Sestavíme tabulku zbytků, které dávají mocniny 10 při dělení 7:

1 000 000 =	999 999 + 1 = 7 . 142 857 + 1
100 000 =	99 995 + 5 = 7 . 14 285 + 5
10 000 =	9 996 + 4 = 7 . 1 428 + 4
1 000 =	994 + 6 = 7 . 142 + 6
100 =	98 + 2 = 7 . 14 + 2
10 =	7 + 3 = 7 . 1 + 3
1 =	0 + 1 = 7 . 0 + 1

Zbytky seřazené od konce (od jednotek) tvoří periodickou posloupnost:

1, 3, 2, 6, 4, 5, 1, 3, 2, 6, 4, 5, 1, 3, 2, 6, 4, 5,

Užití:

Př.: Ověření dělitelnosti sedmi pro číslo: **326 543**

Princip: 300 000zbytek 3 . 5 = 15	 Zbytek zbytku: 15 – 14 = 1
20 000....zbytek 2 . 4 = 8	8 – 7 = 1
6 000 ...zbytek 6 . 6 = 36	36 – 35 = 1
500 ...zbytek 5 . 2 = 10	10 – 7 = 3
40 ..zbytek 4 . 3 = 12	12 – 7 = 5
3...zbytek 3. 1 = 3	3

Součet zbytků zbytků: 1 + 1 + 1 + 3 + 5 + 3 = 14, a to je dělitelné sedmi, tudíž číslo **326 543** je dělitelné sedmi.

Př.: Dělitelnost sedmi čísla **2 490 238**, stanovení příp. zbytku:

Zbytky: 2 . **1** + 4 . **5** + 9 . **4** + 0 . **6** + 2 . **2** + 3 . **3** + 8 . **1**

Z každého sčítance můžeme odečíst čísla dělitelná sedmi (1), nebo můžeme vypočítat součet a stanovit jeho zbytek při dělení sedmi (2):

- (1) Zbytky zbytků: 2 + 6 + 1 + 0 + 4 + 2 + 1 = 16.... zbytek čísla 2 490 238 při dělení 7 je **2**
- (2) Součet zbytků přímo: 2 + 20 + 36 + 0 + 4 + 9 + 8 = 79 = 77 + 2 zbytek čísla 2 490 238 při dělení 7 je **2**

Pozn. : uvedeno též v učebnici „Dělitelnost“ pro nižší gymnázium, str. 62

Další způsob zjišťování dělitelnosti sedmi:

„Od zkoumaného čísla oddělíme poslední cifru a dvojnásobek čísla vyjádřeného touto cifrou odečteme od čísla zapsaného zbylou částí zápisu. Je-li vzniklé číslo dělitelné sedmi, je i zkoumané číslo dělitelné sedmi“

Př.: Ověření dělitelnosti 7 pro číslo 326 543:

$$32\ 654 - 2 \cdot 3 = 32\ 654 - 6 = 32\ 648 \text{ (příliš velké, pokračujeme dále)...}$$

$$3\ 264 - 2 \cdot 8 = 3\ 264 - 16 = 3\ 248$$

$$324 - 2 \cdot 8 = 324 - 16 = 308$$

$$30 - 2 \cdot 8 = 30 - 16 = 14$$

a to je dělitelné sedmi, tudíž číslo 326 543 je dělitelné sedmi.

Důkaz tvrzení:

Zkoumané číslo vyjádříme ve tvaru $n = 10a + b$, kde $a \in \mathbb{N}$, $b \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$.

Předpokládejme, že číslo $a-2b$ je dělitelné sedmi. Pak $\exists m \in \mathbb{N}; a-2b = 7m$. Pak ovšem $a = 7m + 2b$ a tudíž $10a = 70m + 20b$, pak ale $n = 70m + 21b$, tudíž i n je dělitelné sedmi.

Užití dělitelnosti sedmi v praxi

Užití dělitelnosti sedmi v praxi

Pomocí kontrolní číslice, kterou dostaneme jako zbytek čísla po dělení sedmi, lze rozeznat méně záměn znaků, než při použití čísla devět. Nelze rozeznat záměnu ve dvojicích (0-7, 1-8, 2-9). Úspěšnost při odhalování záměny jedné číslice za jinou je tak pouze 95 %. Na druhou stranu pomocí zbytku při dělení sedmi lze rozeznat takřka všechny záměny pořadí dvou sousedních číslic. Jediné dvojice, jejichž prohození nelze rozeznat jsou, stejně jako při záměně číslic, dvojice (0-7, 1-8, 2-9). Tyto dvojice se vyskytují v cca 6 % případů. Úspěšnost této metody při odhalování záměny pořadí dvou sousedních číslic je 94 %. Výpočet kontrolní číslice jako zbytek čísla při dělení sedmi se používá pro kontrolu správnosti čísla **letenky**, nebo jsou jí zajištěny čísla zásilek u společností **UPS a FedEx**.

Dělitelnost jedenácti

Kritéria:

Číslo je dělitelné 11,

1) je-li rozdíl součtu číslic na sudém a lichém místě dělitelný jedenácti,

$$\text{př.: } 5357 \text{ } (-5 + 3 - 5 + 7 = 0)$$

2) je-li součet jednotlivých dvojčíslí dělitelný 11,

$$\text{př.: } 5357 \text{ } ((53 + 57) = 110)$$

3) je-li rozdíl trojčíslí na sudých a lichých místech dělitelný 11

$$\text{př.: } 5357 \text{ } ((-5 + 357) = 352)$$

Důkaz 1):

Vyplývá z charakteristické posloupnosti zbytků mocnin deseti při dělitelnosti 11:

Sestavíme tabulku zbytků, které dávají mocniny 10 při dělení 11, zbytek 10

upravíme na „zbytek“ -1:

$$1\ 000\ 000 = 999\ 999 + 1 = 11 \cdot 90909 + 1$$

$$100\ 000 = 100\ 001 - 1 = 11 \cdot 9091 - 1$$

$$10\ 000 = 9\ 999 + 1 = 11 \cdot 909 + 1$$

1 000 =	1001 -1 = 11 .	91 -1
100 =	99 + 1 = 11 .	9 +1
10 =	11 -1 = 11 .	1 -1
1 =	0 + 1 = 11 .	0 + 1

Zbytky seřazené od konce (od jednotek) tvoří periodickou posloupnost:

1, -1, 1, -1, 1, -1, 1,

Př.: Ověření dělitelnosti jedenácti: 326 194 (- 3+2- 6+1- 9+4 = - 11)

Rodná čísla – užití dělitelnosti jedenácti

Do roku 1954 se používaly pouze tři čísla za lomítkem. Od 1. ledna 1954 je číslo za lomítkem čtyřciferné. Čtvrtá číslice slouží ke kontrole platnosti rodného čísla, jako kontrolní číslice. Jako čtvrtá číslice se doplňoval zbytek po dělení prvních devíti číslic číslem 11. Pokud tento zbytek vyšel 10, doplnila se číslice 0.

Číslo, u nichž byla doplněna na konec nula, bylo vydáno asi 1000, tato rodná čísla nejsou (na rozdíl od ostatních) dělitelná 11, ale přesto jsou vydána v souladu s platnými předpisy. Na uvedeném postupu je vidět správně zadaný algoritmus – především splněnou podmínku rezultativnosti. Algoritmus dává kontrolní číslici i tehdy, kdy číslo nelze doplnit tak, aby bylo dělitelné 11. Přidělování rodných čísel, která nejsou dělitelná 11, bylo roku 1985 podle interního předpisu FSÚ Č. V. 2898/1985 ukončeno.

Od roku 2004 se přidělování rodných čísel řídí zákonem č. 53/2004 Sb, který mimo jiné řeší i situaci, kdy se **v jednom dni narodí více dětí, než je odpovídajících rodných čísel. V takovém případě se použije rodné číslo, kde je k měsíci přičteno 20 u mužů a 70 u žen.**

Nyní se budeme zabývat tím, jak je ochrana rodného čísla úspěšná při nejčastějších chybách v přepisu. **Pro jednoduchost se budeme zabývat jen rodnými čísly, která jsou dělitelná 11. Přidělených rodných čísel, která nejsou dělitelná 11 je málo, takže je můžeme zanedbat.**

Nejčastější chybou (případá na ní cca 79% všech chyb) je záměna číslic. Pokud u čísla dělitelného 11 změníme jednu číslici, dostaneme ve všech případech číslo, které již 11 dělitelné není. **U rodného čísla je tedy záměna jedné číslice odhalena ve 100 % případů.** Druhou nejčastější chybou (nastává v cca 10% případů) je **záměna pořadí dvou sousedních číslic. I tato chyba je odhalena ve 100 % případů.**

Další velice často chybou jsou skupinové záměny typu **cba** za **abc**. U rodného čísla nelze tuto záměnu rozpoznat v žádném případě.

Poznámka na závěr

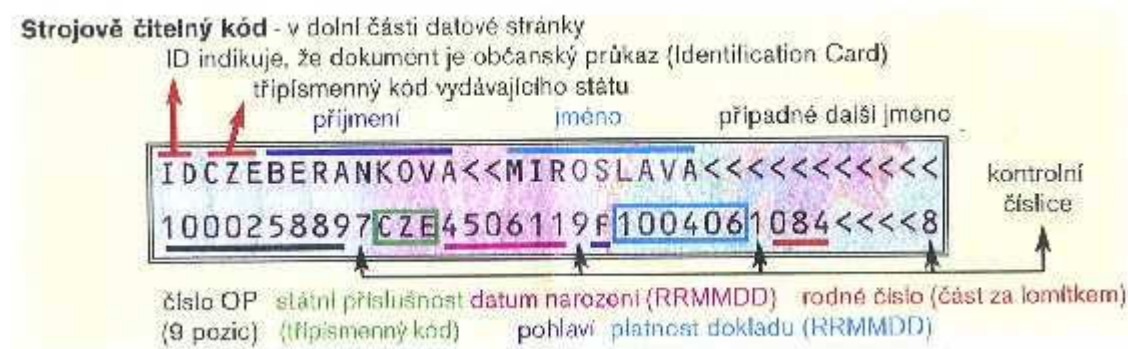
Změna rodného čísla se provede v případě, kdy:

- a) totožné rodné číslo bylo přiděleno dvěma nebo více obyvatelům,
- b) bylo přiděleno chybné rodné číslo,
- c) se provádí nezrušitelné osvojení,
- d) došlo ke změně pohlaví

Strojově čitelná zóna u občanských průkazů – užití dělitelnosti 10 na vážený součet znaků s vahami 7,3,1

V horním řádku je uveden - typ dokladu (ID), kód vydávajícího státu (CZE), příjmení a jméno občana, volné znaky (šipky). V dolním řádku je uvedeno - číslo dokladu, jedna kontrolní číslice, státní občanství (CZE), datum narození, jedna kontrolní číslice, pohlaví (M nebo F), doba platnosti dokladu, jedna kontrolní číslice, část rodného čísla za lomítkem, volné znaky (šipky), jedna kontrolní číslice. Kontrolní číslice slouží k ověření úplnosti a správnosti číselných údajů uvedených ve strojově čitelné zóně a dále má charakter bezpečnostního prvku ochrany dokladu pro případ padělání a pozměňování. Výsledná hodnota kontrolní číslice je dána přesně stanoveným algoritmem, který je specifikován v mezinárodní normě pro strojově čitelné doklady ICAO 9303, která byla převzata Evropskou unií. Všechny státy, které vydávají strojově čitelné doklady podle standardu ICAO a Evropské unie používají stejnou konstrukci pro tisk strojově čitelných dat včetně kontrolních číslic za účelem unifikace dokladu v rámci celého světa.

Číslo občanského průkazu je generováno při výrobě řídicím systémem a nelze do jeho struktury nijak zasahovat. Čísla jsou řazena podle došlých požadavků na výrobu občanského průkazu. Přidělené číslo je jedinečné a nemá žádný vztah k jiným datům o občanovi.



Postup výpočtu kontrolní číslice

Každý znak se nahradí číselnou hodnotou. Cifry jsou přímo touto hodnotou, znak '<' má hodnotu 0, znaky A-Z mají hodnoty 10 - 35.

Z takto získané řady se za pomoci cyklicky opakovaných vah '7','3','1' vypočte vážený součet. Kontrolní číslicí je zbytek po dělení deseti tohoto součtu.

Příklad:

Platnost do: 170420

$$+ \text{---} + \text{---} + \text{---} + \text{---} + \text{---} + \text{---} +$$

```

| 1 | 7 | 0 | 4 | 2 | 0 |
---+---+---+---+---+---+
* | 7 | 3 | 1 | 7 | 3 | 1 |
---+-----+
= | 7 + 21 + 0 + 28 + 6 + 0 = 62 : 10 = 6 (zbytek 2)
---+---+---+---+---+---+-----=====
Kontrolní znak je 2

```

ČÍSLO BANKOVNÍHO ÚČTU

Číslo účtu je v obchodním styku používáno velmi často. K zabezpečení se využívá **řetězec úplných zbytků modulo 11**. Tento řetězec se po deseti prvních opakuje, což odpovídá dělení čísla účtu na předčíslí délky 6 znaků a bázi délky 10 znaků včetně zabezpečení.

Postup výpočtu kontrolní číslice je následující:

1. Sestupnými vahami 15, 14, ... umocníme číslo dvě a určíme zbytek po dělení jedenácti.
2. Získanými zbytky vynásobíme postupně jednotlivé číslice čísla účtu.
3. Dílčí součiny sečteme.
4. Určíme zbytek po dělení součtu jedenácti.
5. Kontrolní číslici tvoří rozdíl jedenácti a zbytku po dělení.

Příklad zabezpečení čísla účtu

Váhy	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
$2^{\text{váha}} \bmod 11$	10	5	8	4	2	1	6	3	7	9	10	5	8	4	2
Číslo účtu	0	0	0	0	0	0	2	7	0	1	2	5	1	7	6
Dílčí součiny	0	0	0	0	0	0	12	21	0	9	20	25	8	28	12
Součet součinů	135														
Zbytek po dělení	3														
Kontrolní číslo	8														

Výsledné číslo účtu je 2701251768.

ČÁROVÝ KÓD EAN-13

Kód tvoří 13 cifer (obr. 2). Poslední cifra je kontrolní. Kódovanými čarami jsou pouze cifry 2 až 12. První cifru je možno zpětně spočítat.

Výpočet kontrolní (13.) cifry

- sečtou se všechny cifry na lichých pozicích,
- k nim se připočte trojnásobek součtu všech cifer na sudých pozicích,
- k celkovému součtu se připočte kontrolní cifra taková, aby součet byl dělitelný 10.

Příklad pro 12-tici cifer 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 :

$$(1+3+5+7+9+1) + (2+4+6+8+0+2).3 = 26 + 22.3 = 26 + 66 = 92 + 8 = 100$$

kontrolní třináctá cifra je 8.



Obr. 2. Příklad kódu EAN-13

ČÁROVÝ KÓD EAN-8

Čárový kód EAN-8 je kratší obdobou EAN-13, liší se (obr. 3):

- způsobem výpočtu kontrolní 8. cifry,
- čárový ekvivalent se přidává ke všem cifrám.

Výpočet kontrolní (8.) cifry

- sečtou se všechny cifry na sudých pozicích,
- k nim se připočte trojnásobek součtu všech cifer na lichých pozicích,
- k celkovému součtu se připočte kontrolní cifra taková, aby součet byl dělitelný 10.

Příklad výpočtu pro sedmimístnou skupinu cifer 1 2 3 4 5 6 7

$$(2+4+6) + (1+3+5+7).3 = 12 + 16.3 = 12 + 48 = 60 + 0 = 60$$

kontrolní 8. cifra je 0.



Obr. 3. Příklad kódu EAN-8

VIN

Pojem **VIN (Vehicle Identification Number)** Identifikační číslo automobilu byl zaveden v ČR roce 1985 a používá se pro identifikaci vozidel jezdících rychlostí větší než 25 km/h. Jedná se o sedmnáctimístný kód, složený z písmen a čísel. Celkově udává přehled o technických parametrech automobilu. VIN začíná třípísmenným kódem automobilky, která vozidlo vyrobila. Následující znaky již charakterizují výrobek - modelovou řadu, typ, druh motoru a jeho objem, provedení karoserie či používané palivo. Na konci se uvádí modelový rok a výrobní číslo (dříve číslo podvozku). Na devátém místě se nachází kontrolní číslice **C**.

Výpočet kontrolního čísla C

1. Písmena jsou zaměněna za čísla podle tabulky:

A	B	C	D	E	F	G	H	J	K	L	M	N	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	7	9	2	3	4	5	6	7	8	9

2. Váhový faktor - čísla na pozicích 1-17 mají váhu:

1	2	3	4	5	6	7	8	C	10	11	12	13	14	15	16	17
8	7	6	5	4	3	2	10	*	9	8	7	6	5	4	3	2

3. Součet součinů je dělen 11, zbytek je kontrolní číslo C, jestliže zbytek vyjde 10, použije se znak X.

< C >

VIN bez C	T	M	B	B	G	4	1	U	Y	2	3	4	1	4	9	1
Záměna za čísla	3	4	2	2	7	4	1	4	8	2	3	4	1	4	9	1
Váhy	8	7	6	5	4	3	2	10	9	8	7	6	5	4	3	2

Součet součinů 339

Součet součinů je dělen 11, zbytek je C, tedy C=9

Úplné označení VIN TMBBG41U9Y2341491

Poznámka: Používání kontrolní číslice je běžné v USA a Kanadě. V Evropě vychází používání kódu VIN z normy ISO 3779-1977 a kontrolní číslici neobsahuje. Příkladem je rozbor kódu, používaného pro vozy Škoda Felicia:

- první část (3 znaky) představují kód výrobce VMI (Vehicle Manufacturer Identity),
- druhá část (6 znaků) je kód vozu (VDS),
- třetí část (8 znaků) je identifikační číslo vozu (VIS).

Kód první části je výrobci určen normou ISO, zbylé určuje sám výrobce, takže se mohou při modernizaci vozu změnit.

Význam jednotlivých znaků kódu je následující:

První část - VMI

- 1 - T - Evropa
- 2 - M - Česká republika
- 3 - B - Výrobce Škoda Auto, a. s.

Druhá část - VDS

- 4 - E - kód modelu - Škoda Felicia
- 5 - Typ motoru/stály převod
 - E - 135/4,16
 - F - 136/4,16
 - G - AEE/3,83
 - H - AEF/3,35
- 6 - Emise spalin
 - A - norma R38.01A
 - F - norma US83, ECC 93/59, R83.01B, 94/12
 - G - jednocestný katalyzátor (v souladu s platnými předpisy ČR)
 - H - norma R83.01C, EEC 93/59, 94/12 US 83

Třetí část - VIS

- 7 - vnitřní kód
 - 4 - karoserie není připravena pro montáž airbagu
 - 6 - karoserie je připravena pro montáž airbagu
- 8 - typ karoserie:
 - 1 - Hatchback pětidveřový (kód 791)

5 - Kombi pětídveřové (kód 795)

7 - Pickup (kód 797)

9 - verze:

3 - LX

4 - GLX

5 - SLX

8 - Service Van

9 - Hardtop

10 - model roku:

R - 1994

S - 1995

T - 1996

V - 1997

W - 1998

X - 1999

dále poslední číslice letopočtu

11 - montážní závod:

0 ... 4 - Mladá Boleslav

5 - Kvasiny

7 - Vrchlabí

X - Poznaň

12 - ... výrobní číslo vozidla

Například číslo TMBEFF614X7111111 znamená

T - Evropa

M - Česká republika

B - Škoda Auto, a .s.

E - Škoda Felicia

F - motor 1,3 MPI, stály převod 4,16

F - Norma čistoty spalín US 83, EEC 93/59, R83.01B, 94/12

6 - Karoserie připravena pro montáž airbagu

1 - Hatchback pětídveřový

4 - GLX

X - Model roku 1999

7 - Smontováno ve Vrchlabí

111111 - číslo karoserie

IČ (dříve IČO)

Identifikační číslo se používá pro vedení celostátních registrů, při získávání údajů ve statistickém zjišťování a v případech, kdy tak stanoví zvláštní zákon

IČ se přiděluje každému ekonomickému subjektu. IČ, které bylo přiděleno určitému ekonomickému subjektu, nesmí být přiděleno jinému, a to ani v případě, že ekonomický subjekt, kterému bylo přiděleno, zanikl.

IČ je přidělováno:

- a. právnickým osobám zapsaným v obchodním rejstříku – rejstříkový soud,
- b. fyzickým osobám provozujícím živnost – živnostenský úřad,
- c. ostatním ekonomickým subjektům – Český statistický úřad.

Výpočet kontrolního čísla C

IČ bez kontrolní číslice **2 2 5 6 7 8 4**

Váhy v sestupném pořadí **8 7 6 5 4 3 2**

Součet součinů 150

Součet součinů se dělí modulem 11, tj. $150 : 11 = 21$ (zbytek 7)

Od modulu se odečte zbytek $11 - 7$

Výsledkem je kontrolní číslice,

v tomto případě **4**

Úplné IČ 22567844